

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”***Ediția a XXVIII-a***ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026****Clasa a X-a – Secțiunea H2 – Profil real, specializarea științe ale naturii****Subiectul 1. (20 puncte)**Se consideră numerele $a, b, c \in (0,1) \cup (1,+\infty)$, iar $x, y, z \in \mathbb{R}$ sunt astfel încât

$$a^x = b \cdot c, \quad b^y = a \cdot c \quad \text{și} \quad c^z = a \cdot b.$$

a) Dacă $a = 2, b = 4$ și $c = 8$, determinați valorile numerelor x, y și z .b) Demonstrați că suma $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1}$ este un număr natural, oricare ar fi numerele a, b, c, x, y și z cu proprietățile din enunț.**Subiectul 2. (20 puncte)**

Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, următoarele ecuații:

a) $\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{2x+2} + \sqrt[3]{3x+2} = 0;$

b) $\sqrt[3]{x+5} + \sqrt[3]{x+6} = \sqrt[3]{2x+11}.$

*Gazeta Matematică 12/2025 (Supliment)***Subiectul 3. (20 puncte)**a) Fie z_1 și z_2 două numere complexe astfel încât $|z_1| = |z_2| = 1 \neq z_1 \cdot z_2$.Arătați că $w = \frac{z_1 - z_2}{1 - z_1 \cdot z_2}$ este număr real.b) Demonstrați că orice număr real a se poate scrie sub forma $a = \frac{z_1 - z_2}{1 - z_1 \cdot z_2}$, unde z_1 și z_2 sunt două numere complexe astfel încât $|z_1| = |z_2| = 1 \neq z_1 \cdot z_2$.**Subiectul 4. (30 puncte)**a) Fie α un număr real pozitiv dat și x, y, z trei numere reale pozitive astfel încât $x + y + z = \alpha$. Care este cea mai mare valoare posibilă a produsului $x \cdot y \cdot z$ și când se atinge acest maxim?

b) Dintre toate triunghiurile care au perimetrul de 48 cm, determinați-l pe cel cu aria maximă și precizați care este această arie maximă.

Notă:*Țimp de lucru 3 ore; toate subiectele sunt obligatorii; se acordă 10 puncte din oficiu.**Punctajul maxim este de 100 de puncte.*